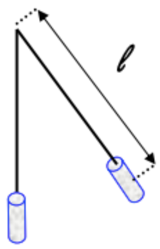
Estimation expérimentale de la constante de gravitation universelle, G

La constante gravitationnelle G fait partie de ces valeurs fondamentales de la physique, avec la vitesse de la lumière, la charge de l'électron, ou la constante de Planck et celle de Boltzmann. Ces valeurs, aussi appelées constantes universelles, peuvent être déterminées expérimentalement.

La valeur adoptée pour la constante gravitationnelle, G = 6,674184 10^{-11} m^3 kg^{-1} s^{-2}, est très faible, soit 67 millionièmes de millionièmes (67 précédé de 12 décimales).

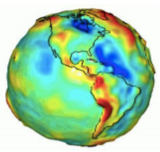
Document 1 : Fonctionnement du pendule simple



En physique, le pendule simple est une masse ponctuelle fixée à l'extrémité d'un fil, sans masse, inextensible et sans raideur, oscillant sous l'effet de la pesanteur.
Lorsque le pendule est écarté d'un petit angle (α < 30°), la période des oscillations (durée d'un aller-retour) est constante.

Document 2 : Valeur de l'intensité « g » du champ de pesanteur

Le champ de pesanteur est le champ attractif qui s'exerce sur tout corps matériel au voisinage de la Terre ou d'une autre planète. On l'appelle souvent pesanteur. Il s'agit d'un champ d'accélération dont l'intensité, à la surface de la Terre à l'altitude h = 0, vaut entre 9,78 et 9,83 $m.s^{-2}$.



Pourquoi un tel écart en fonction du lieu géographique ? Et bien, il faut prendre en compte que la Terre n'est pas une sphère, mais une patatoïde aplatie sur les pôles. Le rayon de la Terre est plus grand vers l'équateur que vers les pôles, et donc g diminue quand la latitude φ augmente :

$$g_{\varphi} = g_{équateur}\left(1 + 5{,}3024.10^{-3} sin^2(\varphi)\right)$$

Document 3 : Propositions d'expressions littérales pour la période T des oscillations d'un pendule

$$a)\ T = 2\pi\sqrt{\frac{ml}{g}}\ ;\ b)\ T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{mg}}\ ;\ c)\ T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\ ;\ d)\ T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{m}}$$

Document 4 : Quelques données sur la Terre

Rayon équatorial de la Terre :	$R_{équateur} = 6378\ km$
Masse de la Terre :	$M_T = 5{,}98.10^{24}\ kg$
Coordonnées de Paris :	longitude : 2,3° Ouest
	latitude : 48,8° Nord

Document 5 : Écarts et incertitudes

- Écart relatif sur G :

$$\frac{\Delta G}{G} = \frac{|G_{mesuré} - G_{théorique}|}{G_{théorique}}$$

L'écart relatif est exprimé en pourcentage.

- Incertitude absolue sur la mesure de G :

$$U(G) = G_{mesuré}\sqrt{\left(\frac{U(l)}{l}\right)^2_{moy} + 2\left(\frac{U(T)}{T}\right)^2_{moy}}$$

Questions

1. **En effectuant une analyse dimensionnelle, choisir la bonne expression pour la période T des oscillations du pendule.**
2. **Déterminer une valeur expérimentale de g à Paris.**
   a. **Mesurer T pour plusieurs valeurs de l (au moins 5)**
   b. **A l'aide d'un tableur, tracer T^2 en fonction de l**
   c. **Établir un lien entre le coefficient directeur de la courbe de tendance et g.**
   d. **Déterminer alors une valeur de g_{Paris}.**
3. **En déduire une valeur de $g_{équateur}$.**
4. **Déterminer alors une valeur expérimentale pour G, $G_{mesuré}$, ainsi que l'écart relatif par rapport à la valeur théorique.**
5. **Déterminer l'incertitude absolue sur la mesure de G.**
   a. **Proposer une estimation de l'incertitude sur la mesure de l, U(l)**
   b. **Proposer une estimation de l'incertitude sur la mesure de T, U(T)**
   c. **A l'aide du tableur déterminer alors l'incertitude sur G, U(G).**
   d. **Discuter alors la validité de l'expérience effectuée.**